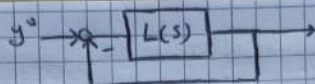
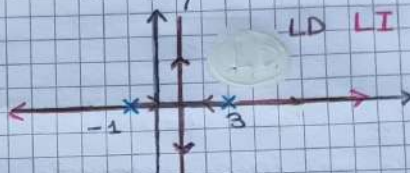


LUOGO delle RADICI



Per il sistema retroazionato negativamente con $L(s) = p \frac{\prod_{i=1}^m (s+z_i)}{\prod_{i=1}^n (s+p_i)}$ si chiama **LUOGO delle RADICI** il luogo descritto nel piano complesso dalle radici dell'equazione caratteristica $1+L(s)=0$ al variare del parametro reale p da $-\infty$ a $+\infty$ con $p \neq 0$. Precisamente la parte del luogo corrispondente a $p > 0$ prende il nome di **luogo diretto (LD)** mentre si chiama **luogo inverso (LI)** quello corrispondente a $p < 0$.

esempio) $L(s) = \frac{p}{(s+1)(s-3)}$



Con $p=0$ i poli stanno in x , poi all'aumentare di p seguono il percorso $\rightarrow$. Quando si diramano le risposte allo scalino cominciano ad oscillare poiché diventano complesse coniugate.

In questo caso c'è una radice che è sempre a parte reale positiva $\Rightarrow$ INSTABILE

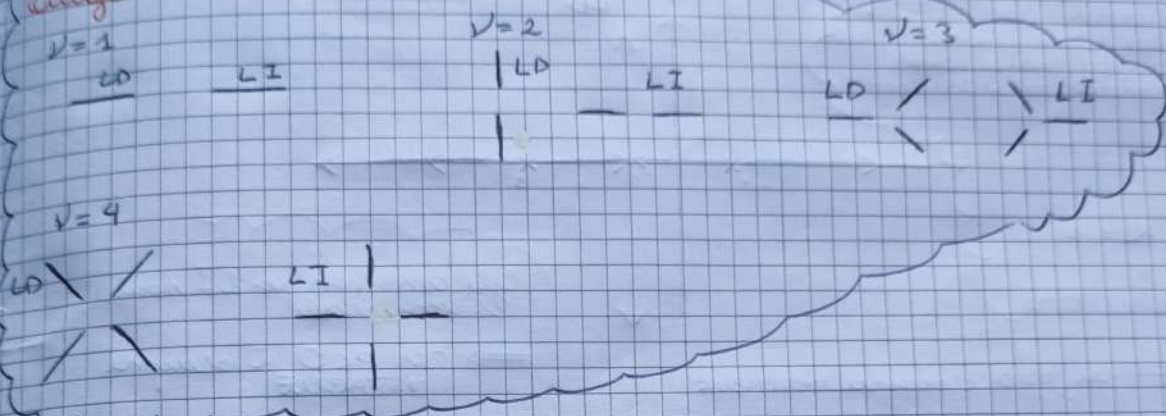
10 REGOLE per TRACCIARE il LUOGO delle RADICI

1. Il luogo delle radici è costituito da $2m$ rami: m rami nel LD e m rami nel LI
2. Il luogo delle radici è simmetrico rispetto all'asse reale
3. I rami partono dai poli di $L(s)$
4. Sia nel LD che nel LI, m rami arrivano negli zeri di $L(s)$ e i restanti rami tendono all' ∞ ($v = m - m_i$)
5. I rami che tendono all' ∞ lo fanno lungo gli asintoti che si intersecano sull'asse reale nel punto di ascissa $\sigma_a = \frac{1}{v} \left(\sum_{i=1}^m z_i - \sum_{i=1}^n p_i \right)$ e formano con l'asse reale angoli pari a $\varphi_{a,k} = \begin{cases} \frac{(2k+1)180^\circ}{v} & k=0,1,\dots,v-1 \quad p>0 \text{ (LD)} \\ \frac{2k180^\circ}{v} & k=0,1,\dots,v-1 \quad p<0 \text{ (LI)} \end{cases}$

Gli ASINTOTI dividono in parti uguali il PIANO

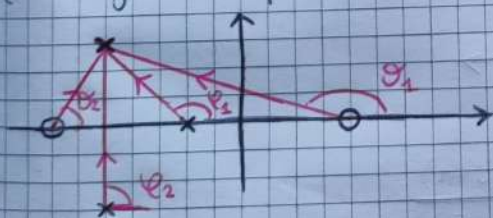
6. Tutti i punti dell'asse reale appartengono al luogo delle radici. Precisamente fanno parte del luogo diretto tutti i punti a sinistra di un n° dispari di singolarità di $L(s)$; fanno parte invece del luogo inverso tutti i punti a sinistra di un numero pari di singolarità di $L(s)$.

Angoli annotati



7. Quando $V \geq 2$ il baricentro del luogo non dipende da P e coincide con il punto di asintoto $x_b = -\frac{1}{n} \sum p_i$
8. Si consideri il polo $-P_j$ di $L(s)$ e si supponga che abbia molteplicità semplice, la tangente del ramo uscente presenta un angolo $\alpha_j = \begin{cases} 180 + \sum_{i=1}^m \theta_i - \sum_{i \neq j} \varphi_i & \text{LD} \\ \sum_{i=1}^m \theta_i - \sum_{i \neq j} \varphi_i & \text{LI} \end{cases}$

θ : angoli con zeri
 φ : angoli con poli



9. Si consideri lo zero $-Z_j$ di $L(s)$ e si supponga che abbia molteplicità semplice, la tangente del ramo entrante presenta un angolo $\beta_j = \begin{cases} 180 - \sum_{i \neq j} \theta_i + \sum_{i=1}^m \varphi_i & \text{LD} \\ - \sum_{i \neq j} \theta_i + \sum_{i=1}^m \varphi_i & \text{LI} \end{cases}$



$$+ \ell_1 s^m + \dots + \ell_{m-1} s + \ell_m$$

ne solo necessaria)
 cheamente stabile, allora i coefficienti
 mio co... tutti lo stesso

10. In ogni punto del luogo il valore di $|p|$ è dato da

$$|p| = \frac{\prod_{i=1}^m \eta_i}{\prod_{i=1}^n \lambda_i}$$

dove λ_i e η_i rappresentano le distanze
 del punto dagli zeri e dai poli di $L(s)$

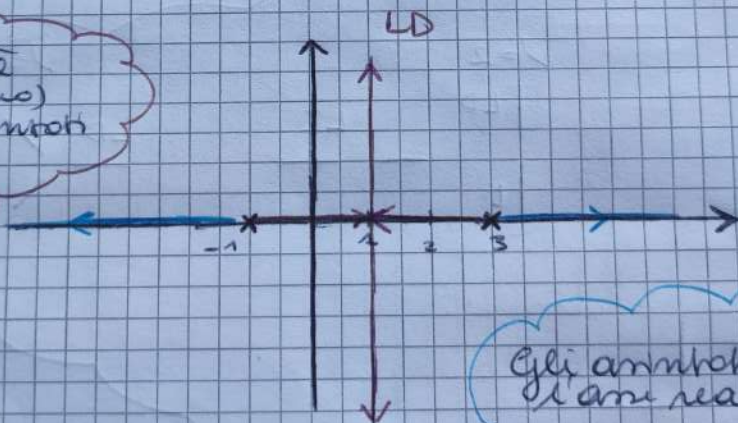
es) $L(s) = \frac{1}{(s+1)(s-3)}$ $\Rightarrow$ 2 poli in -1 e 3

$$U = 2 - 0 = 2$$

Massimo dei
 due valori finiti
 interi (ma ci sono)
 quindi migliori

$$K_a = 1$$

ASINTOTO



Gli asintoti per LI sono
 reali

$\Rightarrow$ per $p < 0$ è sempre
 INSTABILE

$\Rightarrow$ per $p > 0$ è sempre INSTABILE